

## ЛЕКЦИЯ 1

Проблема турбулентного движения в гидродинамике, несмотря на свой достаточно солидный возраст, остается одной из фундаментальных проблем современной теоретической физики. Турбулентное движение чрезвычайно распространено в природе и технике. Знание характеристик турбулентности необходимо для расчетов движения газов и жидкостей в трубах и каналах, турбулентного перемешивания атмосферных потоков, перемешивания водных масс в океане, обтекание летательных аппаратов воздухом и другие. Исследование турбулентности имеет большое прикладное и общезначимое значение. Практическая направленность исследований турбулентных течений определяется не только конкретными техническими вопросами, но и необходимостью познания глобальных физических процессов, происходящих при движении газов и жидкостей, где турбулентность среды существенно влияет на основные закономерности формирования течений, тепло- и массообмена, погоды и климата на земном шаре.

Турбулентный поток характеризуется хаотичностью движения, который приводит к случайному изменению во времени и в пространстве мгновенных значений скорости, давления, температуры и т.п. В изучении турбулентных потоков наиболее важной является проблема возникновения дополнительных сил хаотического движения. Скорость турбулентного переноса количества движения, тепла и диффузии оказываются много выше по величине, чем скорость обусловленные механизмом молекулярного переноса. Отдельные частицы жидкости в турбулентном потоке движутся со своими индивидуальными скоростями, которые отличаются друг от друга по значению и по направлению. Через любую точку потока с различной вероятностью могут пройти разные частицы, поэтому происходит непрерывная смена скоростей, а в условиях теплообмена наблюдается так же изменение во времени температуры жидкости. Условно турбулентное движение можно рассматривать как совокупность движения отдельных объемов жидкости, совершающих в потоке как поступательное, так и

вращательное движение. Экспериментальные данные показывают наличие в турбулентном потоке широкого спектра частот, что указывает на существование вихрей различного масштаба и энергий. В момент возникновения вихри имеют крупные размеры, низкие частоты и особенности, связанные с геометрией течения, а в дальнейшем происходит перенос таких вихрей потоком, их перемешивание и диффузия. При этом крупные вихри разрушаются, образуются более мелкие вихри, частота пульсации скорости возрастает. При уменьшении размеров вихрей, они теряют индивидуальность, наблюдается тенденция к локальной изотропии мелкомасштабной структуры турбулентного потока. Чем меньше вихрь, тем больше он подвержен влиянию вязких напряжений трений, препятствующих вихревому движению. Поэтому в любом турбулентном потоке существуют нижние пределы размеров вихря, которые определяются вязкостью жидкости. При прочих равных условиях минимальные размеры вихрей уменьшаются с ростом средней скорости потока. Стационарное турбулентное движение для своего поддержания требует непрерывного подвода энергии, которая образуется в результате потери давления по потоку. Энергия, приобретаемая в основном крупномасштабными вихрями, передается с малыми потерями вихрям меньшего размера и так далее до самых мелких вихрей, в которых кинетическая энергия турбулентности под действием вязкости переходит в тепло, происходит диссипация энергии. Наличие диссипации энергии указывает на необратимость турбулентного движения.

О. Рейнольдсу в 90 годах XIX в. впервые удалось найти объяснение указанному явлению. На основе кинематического анализа потока в круглой трубе, он связал линейное сопротивление с ламинарным движением, а квадратичное сопротивление с турбулентным движением. Им же был определен путь динамического анализа турбулентного движения и установлен теоретический критерий перехода движения из ламинарного течения в турбулентную. О. Рейнольдс дал следующую характеристику турбулентного движения: в потоке жидкости, в которой среднее движение

происходит в виде параллельных струй, помимо внутреннего трения происходит передача касательных напряжений путем переноса количества движения, возникающая в результате нерегулярного хаотического перемещения масс жидкости. Если рассматривать стационарное движение, то его можно считать установившимся. На самом деле рассматриваются средние по времени значения скорости и давления, в действительности скорость и давление испытывают с течением времени беспорядочные отклонения от этих средних значений. Такое представление турбулентного течения позволяет записать актуальную скорость в виде суммы среднего значения и его пульсаций. Предполагая далее, что уравнения Навье-Стокса строго описывают турбулентное течение, несмотря на его хаотичность и подверженность случайным обстоятельствам. Рейнольдс получил уравнение, описывающие осредненные движения несжимаемой жидкости из уравнения Навье-Стокса. Действительно, до сих пор не было оснований сомневаться в том, что детальная структура турбулентного движения обычных жидкостей описываются уравнениями Навье-Стокса. Это предположение подтверждается отсутствием каких-либо несоответствий связанных с принятием этого постулата. Полученные Рейнольдсом уравнения можно рассматривать как первые в общей системе уравнений переноса турбулентных характеристик потока, поскольку, неизвестными в них являются средние значения скорости и давления, а также моменты второго порядка, делающих эту систему незамкнутой. Составленная для замыкания система уравнений для моментов второго порядка содержит в себе моменты третьего порядка и т.д. Таким образом, появившиеся в уравнениях переноса турбулентных характеристик потока проблема замыкания является основным препятствием на пути построения теории турбулентности. Это обстоятельство обусловило то, что большинство теоретических работ по динамике турбулентных течений посвящены различным способам преодоления трудностей связанных с проблемой замыкания.

В настоящее время можно условно выделить четыре основных подхода к исследованию проблемы турбулентности: аналитические теории турбулентности; прямое численное моделирование; метод моделирования крупных вихрей; метод моделирования статистических свойств пульсационных характеристик турбулентных течений.

К первой группе методов относятся все попытки построения универсальной модели турбулентности. Этот подход характеризуется стремлением выделить по отдельности и понять фундаментальные трудности проблемы турбулентности, такие, как проблема замыкания, нелинейные взаимодействия и т.д. и, как правило, такой подход не связан с использованием каких-либо свободных или подгоночных параметров. Аналитические теории турбулентности почти полностью базируются на статистических методах и входящие в них основные динамические величины представляют собой средние значения характеристик турбулентного течения, например моментов, осредненных функций реакций и т.п. Структура этих теорий чрезвычайно сложна: все они применялись к случаю однородной турбулентности. Распространение этих теорий на случай произвольных турбулентных течений со сдвигом связано с некоторыми трудностями, однако в последнее время были разработаны алгоритмы, позволяющие использование аналитических методов теории турбулентности при исследовании разнообразных течений со сдвигом.

Второй метод, прямое численное моделирование течения с большим числом Рейнольдса осуществляется посредством искусственного уменьшения числа Рейнольдса до значения, при котором это течение можно моделировать с достаточной точностью на существующих ЭВМ. Очевидно, что в этом модельном течении движение на всех масштабах не могут не измениться, однако может оказаться, что при уменьшении числа Рейнольдса крупномасштабные движения останутся неизменными. В самом деле, крупномасштабные характеристики турбулентных течений не зависят от числа Рейнольдса, если от него не зависят граничные и начальные условия.

Прямые методы численного моделирования предназначены для возможно более полного решения задач турбулентных течений на основе исходных законов движения. Рассматривая уравнения Навье - Стокса как основу простейшей теории турбулентности, можно попытаться проследить, используя некоторые подходящие начальные данные, за динамикой течения. Полученные в результате расчета поля характеристик течения, которые даже в случае простейшей геометрии области течения и при статистически стационарных начальных и граничных условиях остаются трехмерными и нестационарными, позволяют затем определить любые необходимые средние величины. В настоящее время для получения характеристик сложных трехмерных течений необходимо проведение численных экспериментов. Это связано с трудоемкостью и высокой ценой хорошего эксперимента, и также с принципиальной невозможностью получить на основе физического эксперимента полную картину течения, а не только данные в отдельных точках. В связи с этим развитию методов прямого численного моделирования турбулентных течений во всем мире уделяется большое внимание.

Численное решение этих уравнений основано на использовании разностных методов, в которых поле течения аппроксимируется конечным числом расчетных точек. Основная трудность такого расчета обусловлена тем, что в турбулентных течениях одним из главных значений имеют движения с масштабами намного меньше расстояний между узловыми точками даже в самых мелких сетках, используемых на практике. Однако имеется принципиальные трудности, которые не позволяют применения данного подхода к исследовательским и инженерным расчетам. Одним из наиболее существенных препятствий является большая величина отношения характерных наибольших масштабов к наименьшим. Величина этого отношения определяет число степеней свободы, необходимое для численного представления поля течения в любом из трех измерений. Наибольшие масштабы в случае течения в ограниченной области имеют порядок размеров этой области, а в случае однородной турбулентности – размеров наибольших

вихрей. В качестве характерного наименьшего масштаба длины, можно выбрать либо толщину вязкого слоя около стенки, либо диаметр, вихрей, вклад которых в процесс диссипации энергии под действием вязкости максимален. Выше изложенное утверждение приводит к тому, что размер сетки должен быть меньше самого маленького вихря, т.е. должен иметь порядок Колмогоровского масштаба. В тоже время, если бы расчеты поля скоростей в турбулентных течениях были бы возможны вплоть до самых малых представляющих интерес масштабов, то пришлось бы столкнуться с другой проблемой. Вследствие случайности флуктуаций поля скоростей в турбулентных потоках важными с практической точки зрения характеристиками течения являются средние по времени или ансамблю значения пульсационных переменных. Чтобы рассчитать эти средние величины, необходимо многократно проводить подробные расчеты, причем каждый раз с начальными условиями, незначительно пульсирующими около среднего значения, а затем вычислить средние по ансамблю. По этим причинам прямые численные расчеты полей турбулентных течений практически крайне затруднительны. Например, только при расчете для инерционного интервала однородной турбулентности при некоторых условиях, даже при быстродействии ЭВМ в 1 млрд. операций в секунду требуется около 30 лет. Именно это обстоятельство послужило для появления двух важных выводов. Первое, моделировать турбулентные течения при низких числах Рейнольдса, в частности такой подход применим к задачам о затухании турбулентности. Второе, основные свойства турбулентного течения, обусловленные крупномасштабным движением, остаются почти неизменными, что позволяет введения моделей мелкомасштабной турбулентности для описания непосредственно неразрешимых движений с масштабами меньшими типа расчетной сетки, при этом становится возможным прямое численное исследование крупномасштабных движений на относительно грубых сетках.

Третий подход, в методе моделирования крупных вихрей или в моделях замыкания мелкомасштабных движений, аппроксимация процессов переноса турбулентности осуществляется лишь на тех масштабах движения, которые не могут быть разрешены в явной форме при численной аппроксимации уравнения Навье-Стокса. Здесь большие масштабы трактуются так же, как при прямом численном решении уравнений Навье-Стокса, а малые масштабы трактуются с помощью статистической аппроксимации в процессе детального рассмотрения больших масштабов. Поэтому метод моделирования крупномасштабной турбулентности основан на идеях, о том что анизотропные крупномасштабные турбулентные вихри должны воспроизводиться точно путем численного решения нестационарных трехмерных уравнений гидродинамики на сравнительно грубой вычислительной сетке, а мелкомасштабные турбулентные вихри должны быть подвергнуты приближенному моделированию / 12 – 22 /. Простейшая параметризация мелкомасштабных вихрей состоит в учете каскадной передачи энергии и мелким вихрям путем введения турбулентной вязкости – механизма, перераспределяющего энергию по степеням свободы турбулентных движений подсеточного масштаба. Моделирование крупномасштабной турбулентности основан на фильтрации турбулентности, и принципиально этот метод более универсален. В частности, при таком моделировании не накладывается непосредственное ограничение на величину числа Рейнольдса, так как влияние мелкомасштабной турбулентности принимается во внимание. Мелкомасштабную турбулентность следует учитывать подобным образом при решении всех задач теории турбулентности, когда исследуются детали поведения крупномасштабных структур, и не интересуют их статистические свойства. Тем не менее, используемые в настоящее время методы учета мелкомасштабных эффектов имеют ряд недостатков, в том числе применение произвольных моделей переноса турбулентности для мелкомасштабной составляющей движения и пренебрежение всеми стохастическими влияниями флуктуаций характеристик этой составляющей на генерацию флуктуаций в

крупномасштабных структурах. Казалось бы, основным преимуществом моделирования мелкомасштабных движений по сравнению с прямым численным моделированием является отсутствие каких-либо прямых ограничений на величину числа Рейнольдса. В действительности удовлетворительная точность схем замыкания для мелкомасштабной составляющей движения достигается лишь тогда, когда разделение течения на мелкомасштабную и крупномасштабную составляющие не оказывает заметного влияния на эволюцию крупномасштабных структур. Очевидный недостаток всех существующих моделей мелкомасштабной турбулентности – их детерминистический характер. С помощью этих моделей нельзя описать случайные влияния мелкомасштабного движения на крупномасштабное течение. В настоящее время модели турбулентности с масштабами, меньшими шага расчетной сетки, в результате учета указанных выше эффектов все более и более усложняются. Такое усложнение моделей обусловлено, желанием достичь достаточной точности при грубом разрешении расчетной сетки. Следствием такого подхода является уменьшение универсальности получаемых моделей.

Несмотря на определенные успехи, достигнутые в моделировании крупномасштабной турбулентности, данный подход не может применяться для инженерных расчетов, так как требует очень больших вычислительных ресурсов. И поэтому метод моделирования крупномасштабной турбулентности применяется в настоящее время для тестирования полуэмпирических моделей.

Четвертое направление это метод моделирования статистических свойств пульсационных характеристик турбулентных течений, самый доступный и широко распространенный и требующий средних вычислительных ресурсов. В настоящее время большинство численных моделей трехмерного нестационарного турбулентного течения сведено к анализу установившегося течения с параметрами, зависящими от меньшего числа пространственных переменных, что существенно



уменьшает объем вычислений. Все модели переноса основаны на полученных Рейнольдсом уравнениях движения для осредненных величин и на уравнениях моментов различного порядка. Наибольший интерес представляют моменты низших порядков, так как их значения описывают свойства турбулентного потока, имеющие ясный физический смысл, например моменты первого порядка представляют собой просто средние значения скорости, давления, плотности и других величин; одноточечные центральные моменты второго порядка определяют энергию турбулентности и перенос количества движения, тепла и диффузию примесей в турбулентном потоке; двухточечные моменты второго порядка позволяют судить о корреляции пульсаций различных величин в удаленных на различное расстояние друг от друга точках; одноточечные моменты третьего порядка описывают явление диффузии турбулентности, а двухточечные моменты третьего порядка - перераспределение энергии по спектру турбулентности и некоторые другие эффекты; величины моментов четвертого порядка важны при рассмотрении так называемого явления перемежаемости турбулентных пульсаций. Моменты более высокого порядка менее отчетливо связаны с процессами, допускающими простую физическую интерпретацию.

Уравнения Рейнольдса для осредненной скорости и давления содержат одноточечные моменты второго порядка в совокупности образующих тензор турбулентных напряжений. Замыкание такой системы уравнений производится путем модельного представления моментов второго порядка через моменты первого порядка. Такой подход привел к созданию классической полуэмпирической теории турбулентности, которая уже более полувека успешно используется для решения многих практических задач.

Развитие экспериментальной техники при исследовании турбулентных течений, значительный скачок в реализации численных методов расчета на ЭВМ и появление фундаментальных идей в теории турбулентности привело к развитию методов расчета, позволяющих перейти к более глубокому

пониманию процессов турбулентного переноса. Это относится, в частности, к моделям второго порядка, которые являются естественным развитием модели первого порядка. Последние, как было указано выше, включают уравнения моментов первого порядка и содержат в себе одноточечные моменты второго порядка. Теперь для замыкания этих уравнений используются не полуэмпирические гипотезы, а уравнения моментов второго порядка, где появляются новые неизвестные: тензоры турбулентных напряжений, кинетическая пульсационная энергия, скорость диссипаций, масштаб длины, корреляции различных величин. Это значительно расширяет возможности построения различных моделей замыкания, включающих уравнения для тех или иных указанных выше величин.

Необходимо остановиться на достигнутых сегодня успехах моделей турбулентности, основанные на уравнениях вторых моментов и их аналогов. Модель турбулентной вязкости, основанная на градиенте скорости, имела большое приложение в инженерных расчетах. С увеличением вычислительной мощности современных компьютеров и появлением новых сложных задач, когда необходимо учитывать неоднородность турбулентного потока (температура, концентрация, магнитное поле, кривизна течения и т.д.) появилась потребность в более информативных моделях турбулентности.

Одним из успешных моделей явилось модель турбулентности Колмогорова-Прандтля, где турбулентная вязкость определяется как корень квадратный из кинетической энергии турбулентности умноженный на масштаб турбулентности. Уравнение кинетической энергии турбулентности выводится из уравнения Навье-Стокса. При использовании такой модели привлекается четыре константы. Данная модель успешно использовалась при решении задач турбулентного пограничного слоя атмосферы. Далее появились различные модификации и разновидности этой модели для решения различных задач турбулентных течений / 23,24,25,26,27,28 /. Область применимости модели с уравнением кинетической энергии ограничена, поскольку для сложных течений трудно получить эмпирические

распределения характеристик линейных масштабов. Это послужило появлению моделей с двумя дифференциальными уравнениями, которые получили наибольшее распространение. Модель состоит из двух уравнений, первый как всегда уравнение кинетической энергии турбулентности, а второй представляет перенос скорости диссипаций турбулентности, хотя физическую интерпретацию этой переменной представит проблематично. В дальнейшем модель получил наибольшее распространение в различных задачах. Несмотря на энтузиазм, который возникал время от времени в отношении моделей с двумя уравнениями, необходимо отметить, что модель имеет свои недостатки. Это относится к тому, что модель с двумя уравнениями в стандартной форме имеет шесть констант, в случае неоднородных течений прибавляется к ним еще несколько констант.

В моделях, рассмотренных до сих пор, предполагалось, что для описания турбулентности в точке достаточно знать один масштаб скорости, а компоненты напряжений Рейнольдса можно выразить через этот масштаб. Однако перенос отдельных компонент напряжений иногда отражается этим соотношением неадекватно, если даже верно описан перенос масштаба скорости. А в моделях рейнольдсовых напряжений отсутствует такого рода ограничения, но они содержат наибольшее количество уравнений. Поэтому эти модели имеют больше шансов стать окончательными моделями турбулентности. Тем не менее, в этих моделях все еще необходимо делать допущения при моделировании входящих в состав уравнений членов, которые в настоящее время никак нельзя измерить. Модели рейнольдсовых напряжений находятся еще в стадий разработки, и пройдет еще некоторое время прежде, чем они будут использоваться в инженерных расчетах.

Необходимо отметить, что вычислительный эксперимент на основании решения нелинейных задач прикладной математики, описывающих турбулентные течения, в настоящее время стал реальностью. При неизменной ценности физического эксперимента вычислительный эксперимент занял самостоятельное место в процессе познания сложных

физических явлений. Поэтому в настоящее время модель турбулентности, основанная на уравнениях переноса напряжений Рейнольдса, хотя и самая сложная среди моделей, но и наиболее информативная, все чаще составляет основу для моделирования сложных турбулентных